

## 【コース ID : 51】 微分積分 I

## 51.5 三角関数の導関数

## 51.5.1 三角関数の導関数

## 問題 001 (バリエーション No.1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  であることを利用する.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 2x}{2x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = 2 \cdot 1 = 2$$

【答】 2

## 問題 002 (バリエーション No.1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  であるので

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \frac{2}{\cos 2x} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$$

【答】 2

## 問題 001 (バリエーション No.31)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x} = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  を利用する.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cdot \frac{\sin 4x}{4x} \frac{2x}{\sin 2x} = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$$

【答】 2

## 問題 004 (バリエーション No.1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x \tan x} = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

分子と分母に  $1 + \cos x$  をかけると

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x \tan x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x (1 - \cos^2 x)}{x \sin x (1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x \sin^2 x}{x \sin x (1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x \sin x}{x (1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x}{1 + \cos x} \frac{\sin x}{x} = \frac{2 \cdot 1}{1 + 1} \cdot 1 = 1\end{aligned}$$

【答】 1

**問題 005 (バリエーション No.1)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{\tan^2 x} = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  かつ  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  を用いて

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{\tan^2 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x) \cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x) \cos^2 x}{1 - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos^2 x}{1 + \cos x} \\ &= \frac{2 \cdot 1}{1 + 1} = 1\end{aligned}$$

【答】 1

**問題 006 (バリエーション No.1)**

関数  $f(x) = \sin 2x$  の導関数  $f'(x)$  を表す式として正しいものを以下から選び、その番号を

にマークせよ.

- ①  $\cos 2x$
- ②  $\frac{1}{2} \cos 2x$
- ③  $2 \cos 2x$
- ④  $-\cos 2x$
- ⑤  $-\frac{1}{2} \cos 2x$
- ⑥  $-2 \cos 2x$

合成関数の微分法  $\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  を用いる.

$$(\sin 2x)' = (\cos 2x)(2x)' = 2 \cos 2x$$

【答】 ③