［コースID：50］　基礎数学AI

50.10　不等式

50.10.1　不等式の性質

50.10.2　1次不等式の解法

問題001（バリエーションNo.1）

次の設問を埋めよ．$\boxed{\text{ア}}$ については下の ⓪, ① から当てはまるものを選べ．
不等式 $3x+5>2x+4$ を解くと x $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イウ}}$ となる．
⓪ $>$
① $<$

$3x+5>2x+4$ の両辺から $2x+5$ を引くと $x>-1$ となる．

【答】　$\boldsymbol{x>-1}$

問題002（バリエーションNo.1）

5% の濃度の食塩水 200g がある．この食塩水に水を加えて 2% 以下の濃度の食塩水にしたいとき，水を $\boxed{\text{アイウ}}$ g 以上加えればよい．

食塩水 200g の 5% は $200\times\dfrac{5}{100}=10$ より，食塩の重さは 10g である．
加える水の重さを x g とおくと，水を加えた後の食塩水の重さは $(200+x)$ g なので，その食塩水の濃度は

$$\frac{10}{200+x}\times 100\ (\%)$$

と表される．濃度を 2% 以下にしたいので $\dfrac{1000}{200+x}\leqq 2$ を満たす x の範囲を求めればよい．
両辺に $200+x$ をかけると $1000\leqq 400+2x$ となるので $300\leqq x$ であればよいことがわかる．

【答】　**300**g

問題003（バリエーションNo.1）

6% の濃度の食塩水 1800g がある．この食塩水に食塩を加えて 10% 以上，20% 以下の濃度の食塩水を作りたいとき，$\boxed{\text{アイ}}$ g 以上 $\boxed{\text{ウエオ}}$ g 以下の食塩を加えればよい．

食塩水に含まれる食塩の重さは $1800\times\dfrac{6}{100}=108$ g である．この食塩水に食塩を x g 加えるとすると，食塩を加えた後の食塩水の重さは $(1800+x)$ g となり，その中に含まれる食塩の重さは $(108+x)$ g となる．よってその食塩水の濃度は

$$\frac{108+x}{1800+x}\times 100\ (\%)$$

と表せる．濃度を 10% 以上，20% 以下にしたいので $10\leqq\dfrac{100(108+x)}{1800+x}\leqq 20$ を満たす x の範囲を求めればよい．

両辺に $(1800+x)$ をかけると $18000+10x \leqq 10800+100x \leqq 36000+20x$ となるので, 左側の不等式から $7200 \leqq 90x$, 右側の不等式から $80x \leqq 25200$ である.
これらの整理すると $80 \leqq x \leqq 315$ となる.

【答】　80g 以上 315g 以下

問題 003（バリエーション No.23）

箱と玉がいくつかあります. この箱に 5 個の球を入れると, 10 個玉が余る.
また, 箱に 6 個の球を入れると 5 個箱が余る.
このとき, 箱の数は $\boxed{\text{アイ}}$ 個以上 $\boxed{\text{ウエ}}$ 個以下である.

箱の数を x とする. 1 つの箱に 5 個ずつ玉を入れると 10 個玉が余ることから, 玉の数は $5x+10$ と表される.
一方, 1 つの箱に 6 個ずつ玉を入れると 5 個箱が余ることから, 箱の数 x に対し, $(x-5)$ 個の箱に玉が入っていることになる.
$(x-6)$ 個の箱には 6 個の球が入っており, 残りの 1 つの箱には 1 個以上 6 個以下の球が入っているので,

玉の数は $(6(x-6)+1)$ 個以上 $(6(x-6)+6)$ 個以下

であることがわかる. よって

$$6(x-6)+1 \leqq 5x+10 \leqq 6(x-6)+6$$

という不等式が成り立つ.
左側の不等式から $x \leqq 45$ が, 右側の不等式から $40 \leqq x$ が得られるので, $40 \leqq x \leqq 45$ である.

【答】　40 個以上 45 個以下

問題 003（バリエーション No.28）

自宅から 1500m 離れた友達の家に, はじめは毎分 40m の速さで歩き, その後毎分 200 mの速さで走った. 友達の家に着くまでの時間が 15 分以上, 20 分以下であったとき, 歩いた距離は $\boxed{\text{アイウ}}$ m 以上, $\boxed{\text{エオカ}}$ m 以下である.

歩いた距離を x m とおくと, 走った距離は $(1500-x)$ m である.
毎分 40m の速さで x m 歩いた時, かかった時間は $\dfrac{x}{40}$ 分であり,
毎分 200m の速さで $(1500-x)$ m 走った時, かかった時間は $\dfrac{1500-x}{200}$ 分である. よって

$$15 \leqq \frac{x}{40} + \frac{1500-x}{200} \leqq 20$$

が成り立つ. $3000 \leqq 5x+1500-x \leqq 4000$ であるから整理すると $375 \leqq x \leqq 675$ を得る.

【答】　375m 以上 625m 以下

50.10.3　いろいろな不等式

問題 001（バリエーション No.1）

次の設問を埋めよ．なお $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{オ}}$ には

⓪ $<$　① $>$

のいずれかをマークし，$\boxed{\text{キ}}$ には

⓪ 解なし
① $p < x < q$
② $q < x < p$
③ $x < p$
④ $x < q$
⑤ $x > p$
⑥ $x > q$

のいずれかをマークせよ．

連立方程式

$$\begin{cases} x+1 > -9 \cdots ① \\ x-9 < -2 \cdots ② \end{cases}$$

において，
①の解は x $\boxed{\text{ア}}$ $\boxed{\text{イウエ}}$
②の解は x $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{カ}}$ である．
従って $p =$ $\boxed{\text{イウエ}}$，$q =$ $\boxed{\text{カ}}$ とすると，この連立不等式の解は $\boxed{\text{キ}}$ である．

$x+1 > -9$ の両辺から 1 を引くと $x > -10$ であり，$x-9 < -2$ の両辺に 9 を足すと $x < 7$ を得る．$-10 < 7$ であるから，この 2 つの条件を同時に満たす x の範囲は $-10 < x < 7$ となる．

【答】　**①の解は $x > -10$，②の解は $x < 7$ である.この連立不等式の解は $p < x < q$ である．**

問題 002（バリエーション No.1）

2 次不等式 $(x+1)(x+2) > 0$ を解くと，$x <$ $\boxed{\text{アイ}}$ ，$\boxed{\text{ウエ}}$ $< x$ である．

$(x+1)(x+2) > 0$ となるのは，

(a) $x+1 > 0$ かつ $x+2 > 0$ の時，または
(b) $x+1 < 0$ かつ $x+2 < 0$ の時である．

(a) の時は $x > -1$ かつ $x > -2$ より，$x > -1$ である．
他方，(b) の時は $x < -1$ かつ $x < -2$ より $x < -2$ である．求める範囲は (a) または (b) なので $x < -2,\ -1 < x$ である．

【答】　$\boldsymbol{x < -2, -1 < x}$

問題 002（バリエーション No.136）

2 次不等式 $x^2+3x+2 \geqq 0$ を解くと, $x \leqq$ アイ , ウエ $\leqq x$ である.

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2) \geqq 0$ より
(a) $x+1 \geqq 0$ かつ $x+2 \geqq 0$ または
(b) $x+1 \leqq 0$ かつ $x+2 \leqq 0$ である.
(a) の時は $x \geqq -1$, (b) の時は $x \leqq -2$ なので 求める範囲は $x \leqq -2,\ -1 \leqq x$ である.

【答】　$\boldsymbol{x \leqq -2, -1 \leqq x}$

問題 003（バリエーション No.1）

2 次不等式 $(x+1)(x+2)<0$ を解くと, アイ $<x<$ ウエ である.

任意の x に対し $x+1<x+2$ に注意すると, $(x+1)(x+2)<0$ となるのは $x+1<0$ かつ $0<x+2$ の時である. よって求める範囲は $-2<x<-1$.

【答】　$\boldsymbol{-2<x<-1}$

問題 003（バリエーション No.136）

2 次不等式 $x^2+3x+2 \leqq 0$ を解くと, アイ $\leqq x \leqq$ ウエ である.

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2) \leqq 0$ より $x+1 \leqq 0$ かつ $0 \leqq x+2$ である. よって求める範囲は $-2 \leqq x \leqq -1$.

【答】　$\boldsymbol{-2 \leqq x \leqq -1}$

問題 004（バリエーション No.1）

不等式 $(x+1)(x+2)(x+3)>0$ を解くと, アイ $<x<$ ウエ , オカ $<x$ である.

任意の x に対し, $x+1<x+2<x+3$ に注意すると, $(x+1)(x+2)(x+3)>0$ となるのは
(a) $0<x+1$ の時, または
(b) $x+2<0$ かつ $0<x+3$ の時である.
(a) の時は $-1<x$ であり, (b) の時は $-3<x<-2$ であるから求める範囲は $-3<x<-2,\ -1<x$ となる.

【答】　$\boldsymbol{-3<x<-2,\ -1<x}$

問題 004（バリエーション No.141）

$x^3+6x^2+11x+6 \geqq 0$ を解くと, アイ $\leqq x \leqq$ ウエ , オカ $\leqq x$ である.

$x^3+6x^2+11x+6=(x+1)(x+2)(x+3) \geqq 0$ であるから,
(a)$0 \leqq x+1$, または
(b)$x+2 \leqq 0$ かつ $0 \leqq x+3$ である.

(a) の時, $-1 \leqq x$ であり, (b) の時, $-3 \leqq x \leqq -2$ なので求める範囲は $-3 \leqq x \leqq -2,\ -1 \leqq x$ である.

【答】 $\boldsymbol{-3 \leqq x \leqq -2,\ -1 \leqq x}$

問題 005（バリエーション No.1）

不等式 $(x+1)(x+2)(x+3) \leqq 0$ を解くと, $x \leqq$ $\boxed{アイ}$, $\boxed{ウエ}$ $\leqq x \leqq$ $\boxed{オカ}$ である.

$(x+1)(x+2)(x+3) \leqq 0$ となるのは
(a) $x+3 \leqq 0$ の時, または
(b) $x+1 \leqq 0$ かつ $0 \leqq x+2$ の時である.
(a) の時は $x \leqq -3$, (b) の時は, $-2 \leqq x \leqq -1$ であるので求める範囲は $x \leqq -3,\ -2 \leqq x \leqq -1$.

【答】 $\boldsymbol{x \leqq -3,\ -2 \leqq x \leqq -1}$

問題 005（バリエーション No.141）

不等式 $x^3+6x^2+11x+6 < 0$ を解くと, $x <$ $\boxed{アイ}$, $\boxed{ウエ}$ $< x <$ $\boxed{オカ}$ である.

$x^3+6x^2+11x+6 = (x+1)(x+2)(x+3) < 0$ であるから,
(a) $x+3 < 0$, または
(b) $x+1 < 0$ かつ $0 < x+2$ が成り立つ.
(a) の時は $x < -3$, (b) の時は, $-2 < x < -1$ であるので求める範囲は $x < -3,\ -2 < x < -1$.

【答】 $\boldsymbol{x < -3,\ -2 < x < -1}$