

【コース ID : 50】 基礎数学 AI

50.5 絶対値と平方根

50.5.1 実数

問題 001 (バリエーション No.1)

$|x + 1| = 2$ の時, $x =$ または $x =$ である.

$x + 1 = 2$ または $x + 1 = -2$ であるので, これを解くと $x = 1$ または $x = -3$ を得る.

【答】 $x = -3$ または $x = 1$ である.

問題 001 (バリエーション No.31)

$|2x + 1| = 3$ の時, $x =$ または $x =$ である.

$2x + 1 = 3$ または $2x + 1 = -3$ であるので, これを解くと $x = 1$ または $x = -2$ を得る.

【答】 $x = -2$ または $x = 1$ である.

問題 002 (バリエーション No.1)

$x = \sqrt{2}$ の時, $|x| + |x - 2| =$ である.

$1 < \sqrt{2} < 2$ であるから $\sqrt{2} - 2 < 0$, すなわち $|\sqrt{2} - 2| = 2 - \sqrt{2}$ である.

よって $|\sqrt{2}| + |\sqrt{2} - 2| = \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2}) = 2$ となる.

【答】 2

問題 003 (バリエーション No.1)

$2|3x - 9| = 5x - 4$ のとき, $x =$ または $x =$ である.

$2(3x - 9) = 5x - 4$ または $2(3x - 9) = -(5x - 4)$ であるから, これを解くと $x = 14$ または $x = 2$ を得る.

【答】 $x = 2$ または $x = 14$ である.

問題 004 (バリエーション No.1)

$|x + 2| = 1$ のとき, $x =$ または $x =$ である. なお と の解答の順序は問わない.

$x + 2 = 1$ または $x + 2 = -1$ であるから, これを解くと $x = -1$ または $x = -3$ を得る.

【答】 $x = -1$ または $x = -3$ である.

問題 004 (バリエーション No.21)

$2|3x - 5| = 2x + 2$ のとき, $x =$ または $x =$ である. なお と の解答の順序は問わない.

$2(3x - 5) = 2x + 2$ または $2(3x - 5) = -(2x + 2)$ であるから, これを解くと $x = 3$ または $x = 1$ を得る.

【答】 $x = 1$ または $x = 3$ である.

問題 005 (バリエーション No.1)

循環小数 $0.\dot{1}$ を既約分数にすると $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である.

$x = 0.111\cdots$ とおくと, $10x = 1.111\cdots$ であるので 2 つの式から $9x = 1$ を得る. よって $x = \frac{1}{9}$ である.

【答】 $\frac{1}{9}$

問題 005 (バリエーション No.32)

循環小数 $1.\dot{1}3\dot{5}$ を既約分数にすると $\frac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$ である.

$x = 1.135135135\cdots$ とおくと, $1000x = 1135.135135135\cdots$ である. 2 つの式から $999x = 1134$ となるので, これを解くと $x = \frac{42}{37}$ を得る.

【答】 $\frac{42}{37}$

50.5.2 平方根

問題 001 (バリエーション No.1)

$\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} =$ $\sqrt{\text{イ}}$ である.

$\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$ である.

【答】 $9\sqrt{2}$

問題 001 (バリエーション No.31)

$\sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{98} - \sqrt{50} =$ $\sqrt{\text{イ}}$ である.

$\sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{98} - \sqrt{50} = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ である.

【答】 $5\sqrt{2}$

問題 002 (バリエーション No.1)

$\sqrt{12+2\sqrt{20}}$ の2重根号をはずすと $\sqrt{\boxed{\text{アイ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ となる.

$12+2\sqrt{20} = 10+2\sqrt{10 \times 2}+2 = (\sqrt{10}+\sqrt{2})^2$ であるから $\sqrt{12+2\sqrt{20}} = \sqrt{(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{10}+\sqrt{2}$ である.

【答】 $\sqrt{10}+\sqrt{2}$

問題 002 (バリエーション No.12)

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ の2重根号をはずすと $\sqrt{\boxed{\text{ア}}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ となる.

$5-2\sqrt{6} = 3-2\sqrt{3 \times 2}+2 = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ であるから $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ である.

$0 < \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$ であるから解答を $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ としないように注意する.

【答】 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

問題 003 (バリエーション No.1)

$\sqrt{8+2\sqrt{15}}$ の2重根号をはずすと $\sqrt{\boxed{\text{ア}}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ となる. なお $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない.

$8+2\sqrt{15} = 3+2\sqrt{3 \times 5}+5 = (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$ であるから $\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2} = \sqrt{3}+\sqrt{5}$ である.

【答】 $\sqrt{3}+\sqrt{5}$

問題 004 (バリエーション No.1)

$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$ を計算すると $\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}) = 6\sqrt{3}^2 + 4\sqrt{6} - 9\sqrt{6} - 6\sqrt{2}^2 = 18 - 12 - 5\sqrt{6} = 6 - 5\sqrt{6}$ である.

【答】 $6 - 5\sqrt{6}$

問題 005 (バリエーション No.1)

$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ となる.

分母と分子に $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ をかけると

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \\ &= \frac{5+2\sqrt{6}}{3-2} = 5+2\sqrt{6}\end{aligned}$$

【答】 $5 + 2\sqrt{6}$

問題 006 (バリエーション No.1)

 $\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると $\frac{\boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウエ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ となる.
分母と分子に $3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ をかけると

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} &= \frac{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}{(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})} \\ &= \frac{27 + 8 + 12\sqrt{6}}{27 - 8} = \frac{35 + 12\sqrt{6}}{19} \end{aligned}$$

【答】 $\frac{35 + 12\sqrt{6}}{19}$

問題 007 (バリエーション No.1)

 $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$ を計算すると $\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ となる.

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{5}^2 \\ &= (2 + 3 + 2\sqrt{6}) - 5 \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

【答】 $2\sqrt{6}$

問題 008 (バリエーション No.1)

 $a = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}, b = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ であるとき, $ab = \boxed{\text{ア}}, a + b = \boxed{\text{イウエ}}, a^2 + b^2 = \boxed{\text{オカ}},$
 $a^3 + b^3 = \boxed{\text{キクケコ}}$ となる.

$$ab = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = 1 \text{ であり,}$$

$$a + b = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{2 - 3} = -10 \text{ である. また,}$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 100 - 2 = 98$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = -1000 + 30 = -970 \text{ である.}$$

$a + b, ab$ を a と b の基本対称式という. 一般に $f(a, b)$ を a, b からなる整式としたとき, $f(a, b) = f(b, a)$ が成り立つならば f は基本対称式のみを用いて表せることが知られている.

【答】 $ab = 1, a + b = -10, a^2 + b^2 = 98, a^3 + b^3 = -970$

問題 009 (バリエーション No.1)

$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ の分母を有理化すると $\frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{2} + \boxed{\text{イ}} \sqrt{3} - \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ となる.

分母と分子に $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$ をかけると

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{5}^2} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{30}}{12} \end{aligned}$$

【答】 $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{30}}{12}$