

【コース ID : 50】 基礎数学 AI

50.6 複素数

50.6.1 複素数

問題 001 (バリエーション No.1)

$(7 + 4i)(4 + 2i)$ を計算すると + i となる.

$$(7 + 4i)(4 + 2i) = 28 + 14i + 16i - 8 = 20 + 30i$$

【答】 $20 + 30i$

問題 002 (バリエーション No.1)

$\frac{3 - 2i}{5 + 4i}$ を計算すると $\frac{\text{ア} - \text{イウ}i}{\text{エオ}}$ となる.

分子と分母に $5 - 4i$ をかけると,

$$\frac{3 - 2i}{5 + 4i} = \frac{(3 - 2i)(5 - 4i)}{(5 + 4i)(5 - 4i)} = \frac{15 - 12i - 10i - 8}{25 + 16} = \frac{7 - 22i}{41}$$

【答】 $\frac{7 - 22i}{41}$

問題 002 (バリエーション No.31)

$\frac{1}{5 - 2i} + \frac{1}{-2 + 5i}$ を計算すると $\frac{\text{ア} - \text{イ}i}{\text{ウエ}}$ となる.

$$\frac{1}{5 - 2i} + \frac{1}{-2 + 5i} = \frac{(-2 + 5i) + (5 - 2i)}{(5 - 2i)(-2 + 5i)} = \frac{3 + 3i}{29i} \times \frac{i}{i} = \frac{3i - 3}{-29} = \frac{3 - 3i}{29}$$

【答】 $\frac{3 - 3i}{29}$

問題 003 (バリエーション No.1)

複素数 $a = 3 + 2i$ について, a と共役な複素数を b とするとき

$$a + b = \text{ア}$$

$$ab = \text{イウ}$$

$$a^2 + b^2 = \text{エオ}$$

$$a^3 + b^3 = \text{カキク}$$

である.

$b = 3 - 2i$ であるから, $a + b = 6$, $ab = 9 + 4 = 13$ である. また

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 26 = 10$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 216 - 3 \times 13 \times 6 = 216 - 234 = -18 \text{ である.}$$

【答】 $a + b = 6$, $ab = 13$, $a^2 + b^2 = 10$, $a^3 + b^3 = -18$

問題 004 (バリエーション No.1)

i を虚数単位とする. 実数 x, y についての等式

$$(4 - 8i)x + (-5 + 7i)y = -9 + 3i$$

が成り立つとき, $x = \boxed{\text{ア}}$, $y = \boxed{\text{イ}}$ である.

左辺を整理すると

$$(4 - 8i)x + (-5 + 7i)y = (4x - 5y) + (-8x + 7y)i = -9 + 3i$$

実部と虚部を比べることで連立一次方程式

$$\begin{cases} 4x - 5y = -9 \\ -8x + 7y = 3 \end{cases}$$

が得られる. これを解いて $x = 4$, $y = 5$ を得る.

【答】 $x = 4$, $y = 5$

問題 005 (バリエーション No.1)

複素数 $z = 3 + 4i$ について, $|\bar{z}| = \boxed{\text{ア}}$ である.

$$|\bar{z}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

【答】 5