

## 【コース ID : 49】 基礎数学 AII

## 49.7 対数関数

## 49.7.1 対数関数

## 問題 001 (バリエーション No.1)

方程式

$$\log_2 x + \log_2 (x + 3) = 2$$

の解は  $x =$   である. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$  であり,  $2 = \log_2 4$  であるから与えられた方程式は

$$\log_2 x(x + 3) = \log_2 4$$

と表せる. すなわち  $x(x + 3) = 4$  であり, これを解くと  $x = -4, 1$ . ただし  $x > 0$  であるから  $x = 1$  である.

【答】  $x = 1$ 

## 問題 002 (バリエーション No.1)

次の設問の空欄を埋めよ.

ただし,  については下の選択肢からあてはまるものを選び, その番号をマークせよ.

不等式

$$\log_5 (5x - 10) \geq 3$$

を満たす  $x$  の範囲は

$$x \text{$$

である.

 の選択肢:

$$\textcircled{0} \geq$$

$$\textcircled{1} \leq$$

 $3 = \log_5 125$  であるから与えられた不等式は

$$\log_5 (5x - 10) \geq \log_5 125$$

と表せる.  $1 < 5$  より任意の正の数  $a, b$  に対し

$$\log_5 a < \log_5 b \iff a < b$$

が成り立つ. よって

$$\log_5 (5x - 10) \geq \log_5 125 \iff 5x - 10 \geq 125$$

であり, これを解くと  $x \geq 27$  を得る.【答】  $x \geq 27$

## 問題 003 (バリエーション No.1)

不等式

$$\log_2(2x - 4) \leq 2$$

を満たす  $x$  の範囲は   $< x \leq$   である. $2 = \log_2 4$  であるから与えられた不等式は

$$\log_2(2x - 4) \leq \log_2 4$$

と表せる.  $1 < 2$  より

$$\log_2(2x - 4) \leq \log_2 4 \iff 2x - 4 \leq 4$$

これを解くと  $x \leq 4$  である. また, 対数関数の定義域を考えると

$$2x - 4 > 0$$

であるので  $x > 2$  である.【答】  $2 < x \leq 4$ 

## 問題 004 (バリエーション No.1)

次の設問の空欄を埋めよ.

ただし,  については下の選択肢からあてはまるものを選び, その番号をマークせよ.

不等式

$$\log_{0.5}(x + 5) \leq -6$$

を満たす  $x$  の範囲は

$$x \quad \text{} \quad \text{$$

である.

 の選択肢:

$$\textcircled{0} \geq$$

$$\textcircled{1} \leq$$

 $-6 = \log_{0.5} 0.5^{-6} = \log_{0.5} 2^6 = \log_{0.5} 64$  である. よって

$$\log_{0.5}(x + 5) \leq \log_{0.5} 64$$

 $0 < 0.5 < 1$  より, 任意の正の数  $a, b$  に対し

$$\log_{0.5} a < \log_{0.5} b \iff b < a$$

が成り立つ. すなわち

$$\log_{0.5}(x + 5) \leq \log_{0.5} 64 \iff 64 \leq x + 5$$

であるので  $64 \leq x + 5$  を解くと  $x \geq 59$  である.【答】  $x \geq 59$

## 問題 005 (バリエーション No.1)

不等式

$$\log_{0.5}(2x - 2) \geq -4$$

を満たす  $x$  の範囲は   $< x \leq$   である. $-4 = \log_{0.5} 0.5^{-4} = \log_{0.5} 16$  であるから

$$\log_{0.5}(2x - 2) \geq \log_{0.5} 16$$

であり,  $0 < 0.5 < 1$  より

$$\log_{0.5}(2x - 2) \geq \log_{0.5} 16 \iff 16 \geq 2x - 2$$

が成り立つ. これを解くと  $x \leq 9$  を得る. また, 対数関数の定義域を考えると

$$2x - 2 > 0$$

であるから  $1 < x$  である.【答】  $1 < x \leq 9$ 

## 問題 006 (バリエーション No.1)

方程式

$$\log_2 x = -3$$

の解は  $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である.

対数関数の定義から

$$\log_2 x = -3 \iff x = 2^{-3}$$

よって  $x = \frac{1}{8}$  である.【答】  $x = \frac{1}{8}$