

[コース ID : 49] 基礎数学 AII

49.12 三角関数のグラフ

49.12.1 三角関数のグラフ

問題 001 (バリエーション No.1)

$\sin \theta = 1$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ を求めると, $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$ となる.

$\sin \theta = 1$ のとき, $\cos \theta = 0$ である.

単位円周上の点 P が $(0, 1)$ の位置にあるとき, x 軸となす角は $\frac{1}{2}\pi$ である.

【答】 $\frac{1}{2}\pi$

問題 02 (バリエーション No.1)

$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ を求めると, $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$ となる.

$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき, $\sin \theta = \pm \frac{1}{2}$ である.

$0 \leq \theta < 2\pi$ より, 点 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ が x 軸となす角はそれぞれ $\frac{1}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$ である.

【答】 $\frac{1}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$

問題 003 (バリエーション No.1)

$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ を求めると, $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$ となる.

ただし, $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ と $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ の回答の順序は問わない.

$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき, $\sin \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ である.

$0 \leq \theta < 2\pi$ より, 点 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ が x 軸となす角はそれぞれ $\frac{1}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$ である.

【答】 $\frac{1}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

問題 004 (バリエーション No.1)

$\tan \theta = \sqrt{3}$ (ただし, $-\frac{1}{2}\pi < \theta < \frac{1}{2}\pi$) を満たす θ を求めると, $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$ となる.

$\tan \theta = \sqrt{3}$ であるとき, $\theta = \frac{1}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$ である. $-\frac{1}{2}\pi < \theta < \frac{1}{2}\pi$ より, $\theta = \frac{1}{3}\pi$.

【答】 $\frac{1}{3}\pi$

問題 005 (バリエーション No.1)

$\sin \theta > \frac{1}{2}$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi < \theta < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi$ である.

$\sin \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\theta = \frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi$ である. 単位円周上の点の y 座標を考えると

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}\pi < \theta < \frac{5}{6}\pi \text{ のとき, } \sin \theta > \frac{1}{2} \\ 0 \leq \theta < \frac{1}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi \text{ のとき, } \sin \theta < \frac{1}{2} \end{aligned}$$

となることが分かる.

【答】 $\frac{1}{6}\pi < \theta < \frac{5}{6}\pi$

問題 006 (バリエーション No.1)

$\sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ の値の範囲は
 $\boxed{\text{ア}} \leq \theta < \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi < \theta < 2\pi$ である.

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき, $\theta = \frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi$ である. 単位円周上の点の y 座標を考えると

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\pi < \theta < \frac{2}{3}\pi \text{ のとき, } \sin \theta > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \leq \theta < \frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi < \theta < 2\pi \text{ のとき, } \sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

となることが分かる.

【答】 $0 \leq \theta < \frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi < \theta < 2\pi$

問題 007 (バリエーション No.1)

$\tan \theta > \frac{1}{\sqrt{3}}$ (ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす θ の値の範囲は
 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi < \theta < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ である.

$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ であるとき, $\theta = \frac{1}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi$ である.

単位円周上の点 P の座標を (x, y) , x 軸となす角を θ とすると $\tan \theta$ は

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

より, 原点と点 P を通る直線の傾きに相当する. この直線の傾きが $\frac{1}{\sqrt{3}}$ より大きくなるのは

$$\frac{1}{6}\pi < \theta < \frac{1}{2}\pi \quad \text{のとき, もしくは} \quad \frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$$

のときである.

【答】 $\frac{1}{6}\pi < \theta < \frac{1}{2}\pi, \frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$